

Terminale L Spécialité Mathématiques 2009 janvier 19

Durée 3 heures

Suites géométriques :**Compléter les formules**

Compléter les formules suivantes :

 $(u_n)_n$ suite **arithmétique** de raison a :Formule d'axés séquentiel : $u_{n+1} = \dots$ Formule d'axés direct : $u_k = \dots$ Expression du terme général : $u_n = \dots$ Expression de la somme : $u_0 + u_1 + \dots + u_n = \dots$ $(v_n)_n$ suite **géométrique** de raison b :Formule d'axés séquentiel : $v_{n+1} = \dots$ Formule d'axés direct : $v_k = \dots$ Expression du terme général : $v_n = \dots$ Expression de la somme : $v_0 + v_1 + \dots + v_n = \dots$ **Exercice :**Donner la nature (*arithmétique ou géométrique ou autre*) des suites suivantes, éventuellement préciser la raison :

$$u_n = \frac{n+5}{3} \qquad v_n = \frac{2^{n+7}}{5^{n+11}}$$

Exercice :But : démontrer que $0,9999999\dots = 1$ Soit $a = 0,9999999\dots = 9 \times 0,1111111\dots$ On considère la suite géométrique $(v_n)_n$ telle que $v_0 = 0,1$ et de raison $b = \frac{1}{10}$.Calculer v_{10} puis donner l'expression de v_n .Soit $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ Calculer S_n , et comparer avec $0,1111111\dots$ Calculer la limite de S_n lorsque n tend vers $+\infty$ En déduire la valeur de a .**Fonction exponentielle :****Compléter les formules**

$$a^{x+y} = \dots$$

$$\frac{a^x}{a^y} = \dots$$

$$a^x \times b^y = \dots$$

$$\frac{a^x}{b^x} = \dots$$

Exercice :

Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

$$g(x) = xe^x \text{ et } h(x) = \frac{e^x + x}{e^x - x}$$

Problème : soit la fonction $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$ définie sur \mathbb{R} , de courbe représentative C .

- 1) Montrer que $f(x) = 1 - \frac{2}{e^x + 1}$.
- 2) Calculer la dérivée $f'(x)$ de $f(x)$, puis donner le signe de cette dérivée sur \mathbb{R} .
- 3) Dédire du signe de $f'(x)$ le sens de variation de $f(x)$.
- 4) Donner le tableau de variations de f . courbe représentative
- 5) Calculer $f'(0)$.
- 6) Donner le point $A(0, f(0))$
- 7) Peut-on dire que A appartient à la courbe C ? Justifier.
- 8) Donner l'équation de la tangente (AT) à C en A .
- 9) Montrer que pour tout x : $f(x) \leq 1$
- 10) Montrer que pour tout x : $f(x) \geq -1$
- 11) Calculer : $f(x) + f(-x)$

Fonction logarithmique :**Compléter les formules**

$$\ln(a.b) = \dots\dots\dots$$

$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \dots\dots\dots$$

$$\ln(a^n) = \dots\dots\dots$$

$$[e^{u(x)}]' = \dots\dots\dots$$

$$[\ln(u(x))]' = \dots\dots\dots$$

Exercice :

- 1) Que veut dire un point interdit pour une fonction f .
- 2) Donner les domaines de définition des fonctions suivantes :

$$f(x) = \ln(4x - 1) \text{ et } g(x) = \ln(9 - x^2)$$

- 3) Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

$$f(x) = x^2 + \ln(x) \text{ et } g(x) = x \cdot \ln(x) - 4x.$$

Exercice :

Résoudre les équations suivantes :

$$\ln(3x - 4) = \ln(x + 1)$$

$$\ln(1 + x^2) = \ln(2x + 1)$$